

# رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها

جلد ۶، شماره ۱، دی ۱۳۹۵  
شاپا چاپی: ۵۸۵۳-۲۳۴۵-برخط: ۵۸۶۱-۲۳۴۵

شماره ویژه برای بزرگداشت ۹۰ سالگی برنارد بناشفسکی (I)



BB

ME16



دانشگاه شهید بهشتی  
<http://www.cgasa.ir>

به نام خدا

## رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها

مدیر داخلی میثم مدنی دانشگاه صنعتی شریف	مدیر مسئول مژگان محمودی دانشگاه شهید بهشتی	سر دبیر محمد مهدی ابراهیمی دانشگاه شهید بهشتی
---	--	---

### هیأت تحریریه

علی اکبر استاجی دانشگاه حکیم سبزواری	محمد مهدی ابراهیمی دانشگاه شهید بهشتی	فریبرز آذرپناه دانشگاه شهید چمران
امیر دانشگر دانشگاه صنعتی شریف	ناصر حسینی دانشگاه شهید باهنر کرمان	رجبعلی برزویی دانشگاه شهید بهشتی
رضا عامری دانشگاه تهران	علیرضا سالمکار دانشگاه شهید بهشتی	محمد رضا رجبزاده مقدم دانشگاه فردوسی مشهد
علی معدنشکاف دانشگاه سمنان	مژگان محمودی دانشگاه شهید بهشتی	اکبر گلچین دانشگاه سیستان و بلوچستان
Victoria Gould University of York	Themba Dube University of South Africa	مرضی منیری دانشگاه شهید بهشتی

**اهداف:** مجله "رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها" مجله‌ای بین‌المللی است که مقاله‌های کیفی و اصیل پژوهشی را در دو شاخه‌ی اصلی رسته‌ها (به ویژه رسته‌های جبرهای معادله‌ای، رسته‌های جبری، توبولوژیکی و کاربردهای آنها در ریاضیات و علوم کامپیوتر) و ساختارهای کلی جبری (نه لزوماً کلاسیک، به ویژه نیم‌گروه‌ها، کنش نیم‌گروه، اتوماتا، مجموعه‌های مرتب، شامل مجموعه‌های مرتب کامل و کامل سویی، فریم، ساختارهای جبری مرتب، مشبکه و انواع آن، شبه‌گروه، ابر جبر، و کاربردهای آنها در ریاضیات و علوم کامپیوتر) به زبان انگلیسی به چاپ می‌رساند.



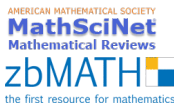
مجله در فهرست بین‌المللی Web of Science نمایه شده و از سال ۲۰۱۶ در فهرست مجلات ESCI قرار گرفته است.



مجله در پایگاه استنادی علوم جهان اسلام (ISC) نمایه شده است.



مجله "رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها" طی نامه شماره ۳/۱۸/۶۴۶۸۲/ مورخ ۱۳۹۴/۴/۶ کمیسیون نشریات علمی کشور درجه علمی-پژوهشی دریافت نمود.



مجله در فهرست بین‌المللی MathSciNet قرار گرفته است، و مقاله‌های آن مرور ریاضی Mathematical Reviews می‌شوند.  
مجله در فهرست بین‌المللی zbMATH (Zentralblatt Math) قرار گرفته است.

آدرس: تهران، اوین، دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده علوم ریاضی

کد پستی: ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳

تلفن و دورنگار: ۰۲۱-۲۲۴۳۱۶۵۲

www.cgasa.ir

**ABSTRACTS  
IN  
PERSIAN**

چکیده‌ی مقاله‌ها به فارسی



## فیزیک روزمره‌ی اجسام گسترش یافته، یا چرا تابعک‌ها نیازمند تجزیه و تحلیل هستند

اف. ویلیام لایویر

تابعک‌ها را بیش از یک قرن پیش ولترا کشف، و در مطالعات حرکت‌های چسبناک مواد کشسان و میدان‌های الکترومغناطیس، به کار برد. نیاز به بررسی دقیق اثرات کیفی چسبندگی و شکل دامنه‌ی این تابعک‌ها، انگیزه‌ی اصلی گسترش شاخه‌ای از ریاضیات به نام توپولوژی بود، و هنوز امروزه بسیاری از ریاضی‌دانان کارهایشان را به تجزیه و تحلیل تکنیکی تابعک‌ها اختصاص می‌دهند. با این وجود، همه‌ی افرادی که می‌خواهند به طور کامل در جامعه‌ی قرن بیست و یکم شرکت کنند، لازم است این مفهوم را درک کنند. اگر چه در برخی از کاربردهای صریح رسته‌های ریاضیاتی و تبدیل‌های آنها، با تابعک‌ها می‌توان به گونه‌ای غیرتکنیکی رفتار کرد و با این حال، گسترش افکار معتبر بسیاری را مجاز بدانیم. نشان می‌دهیم که چطور یک جسم دگرگون، مانند ابر طوفان، را می‌توان به خودی خود به صورت نوعی از فضا در نظر گرفت، همان‌طور که بازه‌ای از زمان، مانند یک بعد از ظهر، را می‌توان چنین در نظر گرفت؛ فضاها نامتناهی-بعد شکل‌های یک جسم و نحوه‌ی حرکت آن را می‌سازیم، و نقش قانون بینهایت کوچک‌های حرکت آن را روشن می‌کنیم. بینهایت کوچک‌های پوچ‌توان را در نظر می‌گیریم، و در تعریف اعداد حقیقی به عنوان کسرهایی از بینهایت کوچک‌ها، از اویلر پیروی می‌کنیم.

## نگاشت‌های موضعی حاصل از قسمت‌های باز و بسته

الس پولتر و جورج پیکادو

ساختن یک نگاشت موضعی  $f : L \rightarrow M$ ، حاصل از نگاشت‌های موضعی  $f_i : S_i \rightarrow M$ ،  $i \in J$ ، به ترتیب روی زیرلوکال‌های بسته و باز (که در حالت بسته،  $J$  متناهی است)، از همان قانون‌های حالت کلاسیک پیروی می‌کند. واقعیت‌های متناظر کلاسیک بلافاصله از رفتار پیش‌نگاره‌ها حاصل می‌شوند، ولی به دلایل روشن، چنین اثباتی را نمی‌توان در حالت بی-نقطه به کار برد. به جای آن، اثبات‌های ساده‌ای بر پایه‌ی دلایل رسته‌ای ارائه خواهیم داد. البته، جنبه‌هایی مرتبط با پیش‌نگاره‌های لوکالیک (بی-نقطه) وجود دارند، که مورد توجه هستند. این موارد را در نیمه‌ی دوم مقاله بررسی می‌کنیم.

## $\lambda$ -زبرهسته‌ی حلقه‌ی توابع پیوسته

سیمین مهران و مهرداد نامداری

مفهوم  $\lambda$ -زبرهسته‌ی  $C(X)$ ، به نمایش  $S_\lambda(X)$  (یعنی، مجموعه‌ی عضوهای  $C(X)$  که عدد اصلی هم‌صفر آنها کمتر از  $\lambda$  است، که  $\lambda$  عدد اصلی منظمی با شرط  $\lambda \leq |X|$  است) را معرفی و مطالعه می‌کنیم. با استفاده از این مفهوم، برخی از نتایج اساسی مربوط به  $SC_F(X)$ ، زبرهسته‌ی  $C(X)$ ، را به  $S_\lambda(X)$ ، با  $\lambda \leq \chi$ ، تعمیم می‌دهیم. به ویژه، فضای  $X$  را که  $SC_F(X)$  و  $S_\lambda(X)$  برهم منطبق می‌شوند، مشخص می‌کنیم.  $\lambda$  فشردسازی تک-نقطه‌ای فضای گسسته را از طریق مفهوم  $\lambda$ -زبرهسته به صورت جبری مشخص می‌کنیم. در واقع، نشان می‌دهیم که  $X$ ،  $\lambda$ -فشردسازی تک-نقطه‌ای فضای گسسته  $Y$  است اگر و تنها اگر  $S_\lambda(X)$  ایده‌آلی منظم باشد و برای عضوی چون  $x$  در  $X$ ، داشته باشیم  $S_\lambda(X) = O_x$ .

## همنهشتی‌های چارچوبی (فریمی) $C$ -همبند

دارمند بابلال، پارانجوتی پیلاری، و الس پولتر

همنهشتی‌هایی چون  $\theta$  را که به عنوان عضوهای فریم همنهشتی‌های (کاملاً ناهمبند)  $CL$ ، همبند هستند، بررسی می‌کنیم، و نشان می‌دهیم که آنها در تناظر یک‌به‌یک با عضوهای کاملاً اول  $L$  هستند، و فرمولی صریح ارائه می‌دهیم. سپس، فریم‌های  $L$  را بررسی می‌کنیم که به اندازه‌ی کافی همنهشتی همبند برای پوشاندن تمام  $CL$  دارند. این همنهشتی‌ها، علاوه بر ویژگی‌های دیگر، TD-فضایی هستند؛ مشخصه‌های چند حالت خاص (بولی، خطی، پراکنشی، و نوتری) را ارائه می‌دهیم.



## باریک‌سازی و منظم‌سازی نگاشت‌های هم‌صفر

محمد مهدی ابراهیمی و ابوالقاسم کریمی فیض آبادی

نگاشت‌های هم‌صفر تعمیم عضوهای هم‌صفر هستند. دو نوع خاص نگاشت‌های هم‌صفر، باریک و منظم، از اهمیت خاصی برخوردارند. در این مقاله روش‌هایی برای ساختن نگاشت‌های هم‌صفر و منظم از روی نگاشت هم‌صفر دلخواه ارائه می‌شود. ساختن نگاشت‌های هم‌صفر باریک و منظم از روی یک نگاشت هم‌صفر داده شده را، به ترتیب، باریک‌سازی و منظم‌سازی آن نگاشت هم‌صفر می‌گوییم. ثابت می‌کنیم که باریک‌سازی و منظم‌سازی تشکیل دو تابعگون انعکاسی می‌دهند. بنابراین، از دیدگاه نظریه‌ی رسته‌ها، این باریک‌سازی و منظم‌سازی، بهترین روش‌های ساختن نگاشت‌های هم‌صفر باریک و منظم هستند. در پایان، برای نگاشت‌های هم‌صفر  $c: A \rightarrow L$  در حالت کلی که در آن حلقه‌ی پایه  $A$ ،  $\mathbb{Q}$ -جبر نباشد، یک روش منظم‌سازی باریک ارائه می‌دهیم. در روند ساختن منظم‌سازی باریک، از مدول کسرها استفاده می‌کنیم.

## فراگیرها و هم‌فراگیرهای رسته‌های دوگانه‌ی ضعیف

### مارکوگراندیس و روبرت پاره

با استفاده از حدهای مراتب بالاتر در نظریه‌ی رسته‌های دوگانه‌ی ضعیف، اثبات می‌کنیم که بسیاری از رسته‌های دوگانه‌ی ضعیف از فراگیرها نمایش داده می‌شوند: جدول بندی. دوگان این مطلب نیز، نمایش با هم‌فراگیرها، از طریق هم‌جدول بندی، فراوان است.

رسته‌ها و ساختارهای کلی جبری با کاربردها  
جلد ۶، شماره ۱، دی ۱۳۹۵ (شماره ویژه برای بزرگداشت ۹۰ سالگی برنارد بناشفسکی)

## بررسی $MV$ -جبرهای توابع غیر خطی

آنتونیو دی‌نولا، جیاکومو لنزی، و گاتانو ویتال

در این مقاله نتایج اصلی عبارت‌اند از: مطالعه‌ی  $MV$ -جبرهای متناهی مولد توابع پیوسته از توان  $n$ -ام بازه‌ی واحد اعداد حقیقی  $I$  به  $I$ ؛ مطالعه‌ی  $MV$ -جبرهای هافین؛ و مطالعه‌ی رسته‌ای نگاشتی که هر  $MV$ -جبر به صورت بالا را به نگاره‌ی مولدهایش (تا حد صورت مناسبی از همسان‌ریختی) می‌نگارد.

## اصل‌های انتخاب و لم‌های بالابری

### مارسل ارنه

نشان می‌دهیم که در نظریه‌ی مجموعه‌های  $ZF$  بدون اصل انتخاب، اصل فرافیلتر (UP) با چندین قضیه‌ی فشردگی برای فضاهای الکساندروف گسسته و با لم رودین، ابزاری بنیادی در توپولوژی و نظریه‌ی دامنه‌های پیوسته، معادل‌اند. نتایج مهم لم رودین لم‌های بالابری گوناگونی هستند، که بیان می‌کنند که برخی از ویژگی‌های مجموعه‌های مرتب، حاصل از نیم‌مشبکه‌های آزاد واحددار روی آنها هستند. برخی از این اصل‌ها نه تنها از UP بلکه از DC، اصل انتخاب وابسته، حاصل می‌شوند. از طرف دیگر، این اصل‌ها، اصل انتخاب را برای خانواده‌های شمارای مجموعه‌های متناهی به دست می‌دهند، که در نظریه‌ی مجموعه‌های  $ZF$  قابل اثبات نیست.